

宽带 DOA 估计的类 MUSIC 波束形成算法

陈志菲, 孙进才, 侯 宏

(西北工业大学航海学院, 陕西西安 710072)

摘 要: 为了提高频域波束形成的宽带波达方向估计性能, 提出了类 MUSIC 波束形成算法 (MBM, MUSIC-like Beamforming Method). 在频域将宽带信号划分为若干窄带信号, 叠加各窄带的 MBM 算法的空间谱后其峰值对应角度即为宽带波达方向估计结果. MBM 算法的主瓣宽度在不同分析频率下基本保持不变, 计算量与常规波束形成 (CBF, Conventional Beamforming) 相当. 仿真结果表明, MBM 算法的宽带波达方向估计性能和角度分辨能力介于分别叠加各窄带的 CBF 和 MUSIC 算法估计结果的 ICBF (Incoherent CBF) 和 IMUSIC (Incoherent MUSIC) 算法之间.

关键词: 波达方向; 宽带信号; 波束形成; MUSIC

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 06-1257-04

MUSIC-Like Beamforming Method for Wideband DOA Estimation

CHEN Zhi-fei, SUN Jin-cai, HOU Hong

(College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

Abstract: The MUSIC-like beamforming method (MBM) is presented to improve the wideband direction of arrival (DOA) estimation performance of the frequency domain beamforming method. The wideband signal is first disparted to several narrowband signals in the frequency domain. Then the summation of the MBM spectrum at each narrowband is taken as the estimated spatial spectrum. Consequently, the peak locations provide us the wideband DOA estimation. The MBM deserves a frequency-invariant beampattern in a wide frequency band with equivalent computation load compared with that of the conventional beamforming (CBF). The simulation results show that the wideband DOA estimation performance and resolution ability of the MBM fall in between the incoherent CBF and incoherent MUSIC.

Key words: direction of arrival; wideband signal; beamforming; MUSIC

1 引言

宽带信号的波达方向估计 (DOA, Direction of Arrival) 被广泛用于雷达, 声纳和通信等领域, 其中较为经典的算法有 ISSM (Incoherent Subspace Method)^[1] 和 CSSM (Coherent Subspace Method) 算法^[2]. ISSM 算法通过将宽带信号划分为多个窄带信号, 而后叠加各窄带的 MUSIC 算法估计结果进行 DOA 估计, 其运算简便, 但易受到较差的窄带 DOA 估计值的影响. CSSM 算法将各窄带信号的协方差矩阵聚焦到参考频率点, 而后利用窄带的方法进行 DOA 估计. 它可以更有效的利用宽带信号的信息, 因而低信噪比下 CSSM 算法的 DOA 估计性能优于 ISSM, 但 CSSM 算法容易受到 DOA 估计初值的影响^[3], 高信噪比下其性能低于 ISSM 算法. WAVES (Weighted Average of Signal Subspaces) 算法避免了 DOA 预估, 但仍需计算受阵型影响的聚焦矩阵^[4]. TOPS (Test of Orthogonality of

Projected Subspaces) 算法进一步避免了聚焦矩阵的计算, 但是其空间谱中伪峰较多, 且仅在中等信噪比下性能优于 ISSM 和 CSSM 算法^[5].

以上宽带 DOA 估计方法均基于子空间类算法, 它需要预知或预估入射源个数, 存在模型误差时性能下降较多, 因此基于波束形成的宽带 DOA 估计仍被广泛应用. 其中基于频域波束形成的宽带 DOA 估计算法 ICBF (Incoherent Conventional Beamforming, 即文献 [6] 中的 FDBF, Frequency Domain Beamforming) 与 ISSM 算法相似, 它通过叠加分析频带内各窄带的 CBF (Conventional Beamforming) 算法估计值作为宽带 DOA 估计结果. CBF 算法的主瓣宽度随着分析频率的下降而逐渐增大, Ward 提出的恒定束宽波束形成可在较宽的频带内保持主瓣宽度不变, 但是需要在每个频点下求解多参数的最小二乘问题以获得相应的聚焦矩阵, 增加了算法复杂度^[7], 空间重采样法可降低其计算量^[8].

为了提高 ICBF 算法的性能,同时使其计算量基本保持不变,本文提出类 MUSIC 波束形成算法(MBM, MUSIC-like Beamforming Method),叠加各窄带的 MBM 算法估计结果即可得到用于宽带 DOA 估计的 IMBM(incoherent MBM)算法. MBM 算法本质上仍是波束形成方法,计算量与 CBF 算法相当,并且随着分析频率的下降其主瓣宽度基本保持不变.

2 算法提出

设有 M 阵元的均匀线列阵接收到 D 个远场宽带入射源,阵元间距为 d ,快拍数为 K ,所有宽带入射源的频谱位于频带 $[f_a, f_b]$ 内,频域的阵列接收信号为^[9]

$$\mathbf{X}(f_l) = \mathbf{A}(f_l, \boldsymbol{\theta}) \mathbf{S}(f_l) + \mathbf{N}(f_l), \quad l = 1, \dots, L \quad (1)$$

其中 $\mathbf{X}(f_l)$ 为阵列接收信号在频点 f_l 处的 $M \times 1$ 维频谱向量, L 为 $[f_a, f_b]$ 内划分的窄带数, f_l 为各窄带的中心频率. $\mathbf{A}(f_l, \boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}(f_l, \theta_1), \dots, \mathbf{a}(f_l, \theta_D)]$ 是 $M \times D$ 维的阵列流型,其中 θ_i 是第 i 个宽带入射源的入射方向, $\mathbf{a}(f_l, \theta_i) = [1, \exp(-j\omega_l \tau_i), \dots, \exp(-j(M-1)\omega_l \tau_i)]^T$ 为相应的导向矢量,上标 T 表示矩阵转置, $\omega_l = 2\pi f_l$ 为角频率,时延 $\tau_i = (d \sin \theta_i)/c$, c 为介质中的声速. $\mathbf{S}(f_l) = [S_1(f_l), \dots, S_D(f_l)]^T$ 为各远场宽带入射源在 f_l 处的频谱. $\mathbf{N}(f_l)$ 是背景噪声在 f_l 处的频谱向量,背景噪声与入射信号不相关.

用于窄带信号 DOA 估计时, CBF 算法为^[10]

$$P_{\text{CBF}}(f_l, \theta) = \mathbf{w}(f_l, \theta)^H \hat{\mathbf{R}}_l \mathbf{w}(f_l, \theta) \quad (2)$$

其中 $\mathbf{w}(f_l, \theta) = [1, \exp(-j\omega_l \tau), \dots, \exp(-j(M-1)\omega_l \tau)]^T$ 为加权向量, $\tau = (d \sin \theta)/c$, θ 为搜索角度. 宽带 DOA 估计中一般将接收信号划分为 N 段,则频点 f_l 处的采样协方差矩阵为

$$\hat{\mathbf{R}}_l = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{X}_n(f_l, \theta) \mathbf{X}_n(f_l, \theta)^H$$

其中上标 H 表示矩阵共轭转置. 对 $\hat{\mathbf{R}}_l$ 作特征分解得到信号子空间 $\hat{\mathbf{U}}_s(f_l, \theta)$ 和噪声子空间 $\hat{\mathbf{U}}_e(f_l, \theta)$ 后, MUSIC 算法为^[11]

$$P_{\text{MUSIC}}(f_l, \theta) = \frac{1}{\mathbf{w}(f_l, \theta)^H \hat{\mathbf{U}}_e(f_l, \theta) \hat{\mathbf{U}}_e(f_l, \theta)^H \mathbf{w}(f_l, \theta)} \quad (3)$$

叠加分析频带内 CBF 和 MUSIC 算法的窄带估计结果即可得到相应的 ICBF 和 IMUSIC 算法(取算术平均的 ISSM 算法^[1,5])的宽带 DOA 估计:

$$P_{\text{ICBF}}(\theta) = \sum_{l=1}^L \mathbf{w}(f_l, \theta)^H \hat{\mathbf{R}}_l \mathbf{w}(f_l, \theta) \quad (4)$$

$$P_{\text{IMUSIC}}(\theta) = \sum_{l=1}^L \frac{1}{\mathbf{w}(f_l, \theta)^H \hat{\mathbf{U}}_e(f_l, \theta) \hat{\mathbf{U}}_e(f_l, \theta)^H \mathbf{w}(f_l, \theta)} \quad (5)$$

本文提出类 MUSIC 波束形成算法(MBM):

$$P_{\text{MBM}}(f_l, \theta) = \frac{\mathbf{w}(f_l, \theta)^H \hat{\mathbf{R}}_l \mathbf{w}(f_l, \theta)}{\mathbf{C}(f_l, \theta)^T \mathbf{C}(f_l, \theta)} \quad (6)$$

其中 $\mathbf{C}(f_l, \theta) = \mathbf{X}'(f_l, \theta) - \mathbf{X}'_0(f_l, \theta)$, $\mathbf{X}'(f_l, \theta) = \mathbf{w}(f_l, \theta) \odot \mathbf{X}(f_l)$, \odot 为 Hadamard 点乘. $\mathbf{X}'_0(f_l, \theta) = \mathbf{B} \mathbf{X}'_0(f_l, \theta)$, \mathbf{B} 为 $M \times 1$ 维元素全为 1 的列向量, $\mathbf{X}'_0(f_l, \theta) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{X}'_m(f_l, \theta)$. 式(6)的分子为延迟求和算子,即式(2)的 CBF 算法,分母为延迟求差算子. 宽带 DOA 估计中频点 f_l 下存在 N 个快拍,此时 MBM 算法为

$$P_{\text{MBM}}(f_l, \theta) = \mathbf{w}(f_l, \theta)^H \hat{\mathbf{R}}_l \mathbf{w}(f_l, \theta) \sum_{n=1}^N \frac{1}{\mathbf{C}_n(f_l, \theta)^T \mathbf{C}_n(f_l, \theta)} \quad (7)$$

其中 $\mathbf{C}_n(f_l, \theta)$ 为第 n 个快拍的 $\mathbf{C}(f_l, \theta)$. 叠加各窄带中式(7)的估计结果可得到宽带 DOA 估计的 IMBM 算法:

$$P_{\text{IMBM}}(\theta) = \sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^N \frac{\mathbf{w}(f_l, \theta)^H \hat{\mathbf{R}}_l \mathbf{w}(f_l, \theta)}{\mathbf{C}_n(f_l, \theta)^T \mathbf{C}_n(f_l, \theta)} \quad (8)$$

3 算法分析

IMBM 算法的宽带 DOA 性能取决于 MBM 算法的窄带 DOA 估计性能,而 MBM 算法与 CBF 算法的差异体现在延迟求差算子上. 图 1 给出了延迟求差算子的几何意义(为书写方便,下文省去 (f_l, θ)). 图 1 中 \mathbf{X}' 和 \mathbf{N}' 的元素被表示为复平面内的矢量, \mathbf{C} 即为 \mathbf{X}' 与其均值之间的差值向量, $\mathbf{C}^T \mathbf{C}$ 则为它们的距离平方和. 当搜索角度对准某个真实入射方位 θ_i 时, $\mathbf{X}'(f_l, \theta_i)$ 中 S_i 的矢量相互重叠,使得矢量 $\mathbf{X}'_m(f_l, \theta_i)$ 相互靠近,从而令 $\mathbf{C}^T \mathbf{C}$ 趋于较小值. 广义上 $\mathbf{C}^T \mathbf{C}$ 随搜索角度的变化,相当于复平面内覆盖所有矢量 \mathbf{X}'_m 的最小圆的半径,即图 1 中 r 的大小变化,因此延迟求差算子与分析频率无关.

将 $|\mathbf{X}'_m - \mathbf{X}'_0|^2 = |\mathbf{X}'_m|^2 + |\mathbf{X}'_0|^2 - 2\text{Re}[(\mathbf{X}'_m)^* \mathbf{X}'_0]$ 代入 $\mathbf{C}^T \mathbf{C}$ 得

$$\mathbf{C}^T \mathbf{C} = \mathbf{X}'^H \mathbf{X}' + \mathbf{X}'_0^H \mathbf{X}'_0 - 2\text{Re}[\mathbf{X}'^H \mathbf{X}'_0] \quad (9)$$

其中 $\mathbf{X}'^H \mathbf{X}' = \mathbf{X}^H \mathbf{X}$ 为常数, $\mathbf{X}'_0^H \mathbf{X}'_0$ 为单个快拍下的延迟求和. 由于 $\mathbf{X}'^H \mathbf{X}'_0 = \mathbf{X}'^H \mathbf{B} \mathbf{X}'_0 = \mathbf{X}'_0^H \mathbf{X}'_0$, 式(9)变成

$$\mathbf{C}^T \mathbf{C} = \mathbf{X}^H \mathbf{X} - \mathbf{X}'_0^H \mathbf{X}'_0 \quad (10)$$

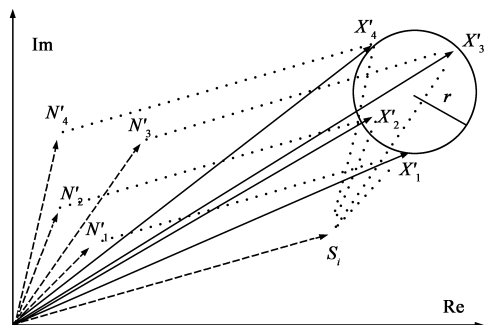


图1 延迟求差算子的几何意义

无噪声单个宽带源入射时 $\mathbf{X}^H \mathbf{X} = M |S_1|^2$, $\theta = \theta_1$ 时有 $\mathbf{X}_0^H \mathbf{X}_0 = M |S_1|^2$, 此时 $\mathbf{C}^T \mathbf{C}$ 趋于无穷小, 它使 MBM 算法的空间谱给出尖锐谱峰. 高信噪比时 $1/\mathbf{C}^T \mathbf{C}$ 具有尖锐谱峰, 低信噪比下其旁瓣水平较高, 此时延迟求和算子的旁瓣水平仍相对较低. 因此延迟求和和延迟求差算子相结合即构成 MBM 算法, 它与下列 MUSIC 算子相似^[10]

$$P_{\text{MUSIC}}(f_l, \theta) = \frac{\mathbf{w}(f_l, \theta)^H \mathbf{w}(f_l, \theta)}{\mathbf{w}(f_l, \theta)^H \hat{\mathbf{U}}_e(f_l, \theta) \hat{\mathbf{U}}_e(f_l, \theta)^H \mathbf{w}(f_l, \theta)} \quad (11)$$

MBM 算法的分子是信号的能量估计, 而式(11)分子等效于信号子空间的能量. 式(11)分母取信号子空间和噪声子空间的正交最小化, 而 MBM 算子的分母取延迟后的各阵元频谱与它们的均值的矢量距离平方和最小化. 因此 MBM 算法和式(11)的 MUSIC 算子具有相似的构造, 这也是 MBM 算法名字的由来. MBM 算法本质上仍是延迟求和波束形成方法, 因此适用于任意阵型, 且不需要预估入射源个数.

若定义一次浮点运算包含一次复数乘法和一次复数加法, 将宽带信号划分为 N 段后各窄带信号分析频点下有 N 个快拍, 此时其采样协方差矩阵的计算量为 $O(M^2 N)$, $M \times M$ 维协方差矩阵特征分解的计算量为 $O(M^2)$, MUSIC 算法中 $\hat{\mathbf{U}}_e \hat{\mathbf{U}}_e^H$ 的计算量为 $O[M^2(M-D)]$, 其中 $O(*)$ 表示计算量的阶数^[12]. 假设角度搜索数目为 Q , 则式(3)中 MUSIC 算法的运算量为 $O[M(M+N+Q-D+1)+MQ]$. 在给定分析频点下延迟求和算子的计算量为 $O(MN+1)$, 角度搜索后 CBF 算法的计算量为 $O[(MN+1)Q]$. 采用式(10)计算延迟求差算子时, MBM 算法可直接利用延迟求和算子的估计结果, 计算量增加 N 次浮点运算, 角度搜索后其总的运算量为 $O[(MN+N+1)Q]$. 因此叠加各窄带 DOA 估计结果的 IMBM 和 ICBF 算法运算量相当, 它们均小于 IMUSIC 算法.

4 仿真

为了验证 IMBM 算法的宽带 DOA 估计性能, 将其与 IMUSIC 和 ICBF 算法进行仿真比较, 其中 ICBF, IMUSIC 和 IMBM 算法的估计算子分别为式(4)、(5)和式(8), ICBF 和 IMBM 算法不需要预估入射源个数, IMUSIC 算法中假定入射源个数已知. 所有仿真中采用 $M = 10$ 元均匀线列阵, 阵元间距 d 对应的频率分析上限为 $f_d = c/(2d)$, 分段数 $N = 8$, 每个分段的快拍数 $K = 128$, 即共有 1024 个快拍. 仿照文献[5], 宽带入射源取

$$s(t) = a(t) \sum_{l=1}^{N_f} \exp\{j(2\pi f_l t + c_l)\} \quad (12)$$

其中 $a(t)$ 是高斯随机变量, c_l 是在 $[-\pi, \pi]$ 内服从均匀

分布的随机变量. f_1, f_2, \dots, f_{N_f} 与宽带 DOA 估计中所用频点 f_l 不相同. 所有仿真中入射源相对带宽为 0.6, 宽带入射源最大中心频率为 $f_c = f_d$, 采样频率 $f_s = 3.9f_d$, 即宽带入射源最高频率的三倍. 仿真中各窄带中心频点 f_l 取 FFT 后频带 $[f_a, f_b]$ 内的各个整数频点, 这里假定所有宽带入射源的频谱均位于频带 $[f_a, f_b]$ 内且 f_a, f_b 已知. 背景噪声是零均值方差 σ^2 的复高斯白噪声, 信噪比定义为所有宽带入射源的能量和与背景噪声能量的比值.

单源入射时, 图 2 给出了信噪比为 20dB, $f_c = f_d$, $\theta_1 = 0^\circ$ 时分析频带内各频点上 MBM 算法的空间谱. 由于延迟求差算子的谱峰尖锐且与分析频率无关, MBM 算法的主瓣宽度在分析频带内基本保持不变. 图 3 给出了 $\theta_1 = 7^\circ$ 时, 200 独立实验后不同信噪比下三种算法 DOA 估计结果的均方根误差. IMUSIC 算法的均方根误差整体上大于 ICBF 算法, 低信噪比时 IMBM 算法的均方根误差逼近 ICBF 算法, 高信噪比时则与 IMUSIC 算法相近, 因此 IMBM 算法的 DOA 估计性能高于 IMUSIC 算法而低于 ICBF 算法.

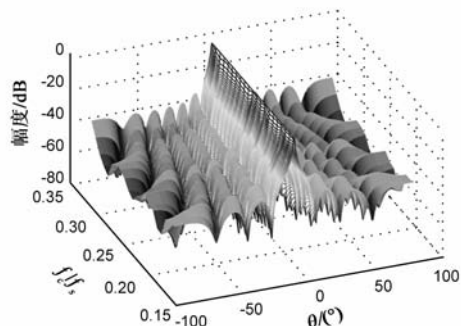


图2 信噪比为20dB时MBM算法在各频点下的主瓣宽度

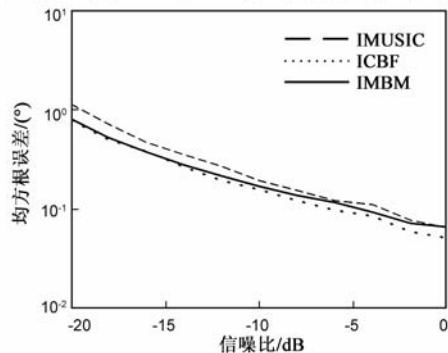


图3 不同信噪比下DOA估计的均方根误差

图 4 给出了信噪比为 0dB, 双源入射时不同频带重叠率 ρ 下三种算法在不同角度间隔 $\Delta\theta$ 下的成功分辨率, 这里定义当双源的 DOA 估计均在在真实入射方位 $\pm 0.5^\circ$ 范围内时, 即认为成功分辨双源. 双源中限定中心频率较大的入射源的中心频率为 $f_c = f_d$, 双源频带重叠部分的带宽与中心频率为 f_d 的入射源的带宽的比值定义为它们频带重叠率, 因此改变中心频率较小的入射源的中心频率即可实现不同的频带重叠率 ρ . 图 4 中

随着 ρ 的提高, ICBF 算法的角度分辨能力逐渐提高, 而 IMUSIC 和 IMBM 算法则呈下降趋势. 整体上 IMBM 算法的角度分辨能力高于 ICBF 算法而低于 IMUSIC 算法, 尤其是当频带重叠率较低时.

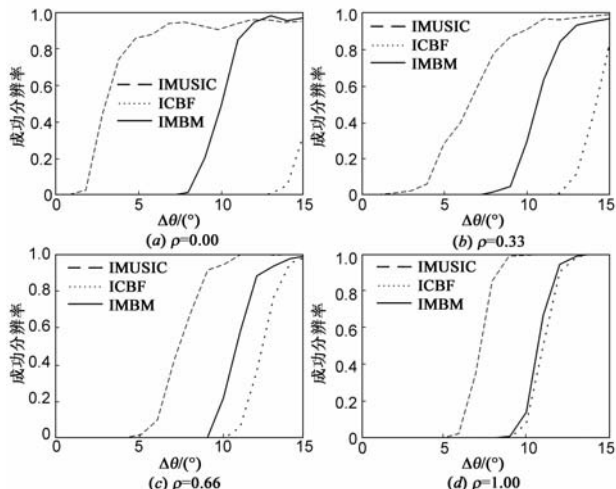


图4 信噪比为0dB时不同频带重叠率下的双源成功分门分辨率

5 结论

本文提出了用于宽带 DOA 估计的 IMBM 算法, 它将宽带信号划分为若干窄带, 叠加各窄带内 MBM 算法的估计结果得到宽带 DOA 估计. MBM 算法本质上仍是波束形成算法, 计算量与 CBF 算法相当. 随着分析频率的下降, MBM 算法的主瓣宽度基本保持不变. 仿真结果表明, IMBM 算法的宽带 DOA 估计性能高于 IMUSIC 算法而低于 ICBF 算法, 宽带双源角度分辨能力方面, IMBM 算法高于 ICBF 算法而低于 IMUSIC 算法.

参考文献

- [1] Wax M, Tie-Jun S, Kailath T. Spatio-temporal spectral analysis by eigenstructure methods[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1984, 32(4): 817 - 827.
- [2] Wang H, Kaveh M. Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wideband sources[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1985, 33(4): 823 - 831.
- [3] Palanisamy P, Kalyanasundaram N, Raghunandan A. A new DOA estimation algorithm for wideband signals in the presence of unknown spatially correlated noise[J]. Signal Processing, 2009, 89(10): 1921 - 1931.
- [4] Claudio E D D, Parisi R. WAVES: weighted average of signal subspaces for robust wideband direction finding [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(10): 2179 - 2191.
- [5] Yoon Y-S, Kaplan L M, McClellan J H. TOPS: new DOA estimator for wideband signals[J]. IEEE Transactions on Signal

Processing, 2006, 54(6): 1977 - 1989.

- [6] Li J, Stoica P. Robust Adaptive Beamforming[M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2006.
- [7] Ward D B, Kennedy R A, Williamson R C. Theory and design of broadband sensor arrays with frequency invariant far-field beam patterns[J]. Journal of Acoustic Society of American, 1995, 97(2): 1023 - 1034.
- [8] 智婉君, 李志舜. 空间重采样法恒定束宽波束形成器设计[J]. 信号处理, 1998, 14: 1 - 5.
ZHI Wanjun, LI Zhishun. The constant beamwidth beamformer design based on spatial resampling method[J]. Signal Processing, 1998, 14: 1 - 5. (in Chinese)
- [9] 冯西安, 黄建国. 基于频域模型的宽带信号子空间谱估计方法[J]. 电子学报, 2004, 32(6): 965 - 967.
FENG Xi-an, Huang Jian-guo. Wide-band signal-subspace spatial-spectrum estimation based on frequency domain modeling [J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(6): 965 - 967. (in Chinese)
- [10] Krim H, Viberg M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1996, 13(4): 67 - 94.
- [11] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antenna and Propagation, 1986, 34(3): 276 - 280.
- [12] Anderson E, Bai Z, Bischof C, et al. LAPACK Users' Guide [M]. Philadelphia: SIAM, 1999.

作者简介



陈志菲 男, 1982 年生于河南省洛阳市, 博士研究生. 主要研究方向为水声信号处理.
E-mail: chenzhenfei@gmail.com



孙进才 男, 1938 年生于江苏省江阴市, 现为西北工业大学航海学院教授, 博士生导师. 主要研究方向为声学 and 声信号处理.
E-mail: jcsun@nwpu.edu.cn

侯宏 男, 1966 年生于陕西省三原县, 现为西北工业大学航海学院教授, 博士生导师. 主要研究方向为声学, 噪声与振动控制.
E-mail: houhong@nwpu.edu.cn